

Introduction à la Finance Quantitative

Feuille d'exercices 1

Exercice 1

On considère le modèle de prix sur une période avec un actif sans risque de rendement $r > 0$ et un actif risqué dont les prix sont donnés par :

$S_1(0)$	$S_1(1)$		
	ω_1	ω_2	ω_3
10	8	10	12

En fonction de r , dire quelles propriétés parmi les trois suivantes sont satisfaites par ce modèle :

1. absence de stratégie dominante,
2. absence d'opportunité d'arbitrage,
3. loi du prix unique.

Exercice 2

1. On considère le modèle de marché suivant. Déterminer la ou les probabilités risque neutre.

n	$S_n^*(0)$	$S_n^*(1)$		
		ω_1	ω_2	ω_3
0	1	1	1	1
1	6	7	5	4

2. Si l'on rajoute au modèle précédent l'actif suivant, quelles sont les probabilités risque neutre ? les mesures de valorisation universelles ?

$S_2^*(0)$	$S_2^*(1)$		
	ω_1	ω_2	ω_3
10	8	11	14

3. S'il en existe une, donner une opportunité d'arbitrage dans ce modèle.

Exercice 3

On considère un modèle de prix sur une période avec un actif sans risque de rendement $r = 0$ et deux actifs risqués dont les prix réels sont donnés par :

$S_1(t)$	ω_1	ω_2	ω_3		$S_2(t)$	ω_1	ω_2	ω_3
$t = 0$	5	5	5		$t = 0$	7	7	7
$t = 1$	6	7	4		$t = 1$	9	4	8

1. Déterminer la ou les probabilités risque neutre de ce modèle.
2. Calculer le prix de l'option de payoff $(S_1(1) + 2S_2(1) - 17)_+$.
3. Déterminer l'ensemble des stratégies H qui dupliquent le payoff

X	ω_1	ω_2	ω_3
	9	6	4