

Introduction à la Finance Quantitative

Feuille d'exercices 2

Exercice 1

On considère un modèle à deux périodes de prix d'actifs. Les prix actualisés des deux actifs risqués figurant dans le modèle prennent les valeurs suivantes.

S_1^*	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
ω_1	8	10	12
ω_2	8	10	6
ω_3	8	6	7

S_2^*	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
ω_1	10	8	9
ω_2	10	8	12
ω_3	10	11	12

1. La stratégie donnée par

$$H(1) = (-8, -1, 2), \quad H(2)(\omega_1) = H(2)(\omega_2) = (-4, 1, -1), \quad H(2)(\omega_3) = (-3, 3, -1)$$

est-elle autofinancée ?

Exercice 2

1. Le processus de prix suivant est-il une martingale sous la probabilité $\mathbb{Q} = (\mathbb{Q}(\omega_1), \dots, \mathbb{Q}(\omega_5)) = (\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10})$?

$S_1^*(t)$	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
$t = 0$	6	6	6	6	6
$t = 1$	9	9	4	4	4
$t = 2$	10	8	3	2	8

2. Dans le cas où ce n'est pas une martingale, corriger le tableau de façon à ce que $S_1^*(t)$ soit une martingale sous la probabilité \mathbb{Q} .

Exercice 3

On considère le modèle à deux périodes de prix d'actifs suivant: un actif sans risque de rendement nul sur les deux périodes et un actif risqué de prix:

S_1^*	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$
ω_1	5	7	8
ω_2	5	7	5
ω_3	5	4	5
ω_4	5	4	2

1. Calculer la ou les probabilités risque neutre de ce modèle.
2. Calculer le prix de l'option de vente européenne à l'instant $t = 0$ de prix d'exercice (strike) 5 Euros.
3. Déterminer la stratégie de duplication de ce produit financier sur la première période.