

# Introduction à la Finance Quantitative

## Feuille d'exercices 2

### Exercice 1

On considère un modèle à deux périodes de prix d'actifs. Les prix actualisés des deux actifs risqués figurant dans le modèle prennent les valeurs suivantes.

$S_1^*$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$		$S_2^*$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	
$\omega_1$	8	10	12		$\omega_1$	10	8	9	
$\omega_2$	8	10	6		$\omega_2$	10	8	12	
$\omega_3$	8	6	7		$\omega_3$	10	11	12	

1. La stratégie donnée par

$$H(1) = (-8, -1, 2), \quad H(2)(\omega_1) = H(2)(\omega_2) = (-4, 1, -1), \quad H(2)(\omega_3) = (-3, 3, -1)$$

est-elle autofinancée ?

### Exercice 2

1. Le processus de prix suivant est-il une martingale sous la probabilité  $\mathbb{Q} = (\mathbb{Q}(\omega_1), \dots, \mathbb{Q}(\omega_5)) = (\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10})$  ?

$S_1^*(t)$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$\omega_4$	$\omega_5$	
$t = 0$	6	6	6	6	6	
$t = 1$	9	9	4	4	4	
$t = 2$	10	8	3	2	8	

2. Dans le cas où ce n'est pas une martingale, corriger le tableau de façon à ce que  $S_1^*(t)$  soit une martingale sous la probabilité  $\mathbb{Q}$ .

### Exercice 3

On considère le modèle à deux périodes de prix d'actifs suivant: un actif sans risque de rendement nul sur les deux périodes et un actif risqué de prix:

$S_1^*$	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	
$\omega_1$	5	7	8	
$\omega_2$	5	7	5	
$\omega_3$	5	4	5	
$\omega_4$	5	4	2	

1. Calculer la ou les probabilités risque neutre de ce modèle.
2. Calculer le prix de l'option de vente européenne à l'instant  $t = 0$  de prix d'exercice (strike) 5 Euros.
3. Déterminer la stratégie de duplication de ce produit financier sur la première période.